Prof. Dr. Alfred Toth

Die Semiotik als eine Theorie von Relationen über Relationen

1. Eine Zeichenklasse hat nach der Peirce-Bense-Semiotik die allgemeine Form

ZKl = (3.x, 2.y, 1.z)

mit $x \leqq y \leqq z$.

ZKl wird somit durch 4 Prinzipien restringiert:

1.1. Das Prinzip der Triadizität

Es besagt bekanntlich, daß nach einem Satz von Peirce jede n-adische Relation auf eine triadische Relation reduziert werden kann.

1.2. Das Prinzip der paarweisen Differenz der Kategorien

Dieses Prinzip besagt, daß von den drei sog. peirceschen Universalkategorien M, O und I jede Kategorie genau 1 mal in einer ZKl vorkommen muß.

1.3. Das Prinzip der Drittheit als oberer Schranke

Keine Zeichenrelation kann mehr als EIN M, EIN O und EIN I aufweisen. (Damit wird im Grunde die Monokontexturalität der Semiotik begründet, da wie die Logik also auch die Semiotik nur über 1 Objekt- (O) und 1 Subjekt-Position (I) verfügt. Logik und Semiotik unterscheiden sich damit formal nur durch das den Zeichenträger repräsentierende Medium (M), dem in der 2-wertigen aristotelischen Logik kein Wert korrespondiert.)

1.4. Das Prinzip der trichotomischen Inklusion

Dieses Prinzip wirkt als topologischer Filter, da über der Menge P = (1, 2, 3) der von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Zeichenzahlen $3^3 = 27$ semiotische Relation erzeugbar sind. Durch $x \leqq y \leqq z$ werden allerdings nur 10 dieser semiotischen Relationen als Zeichenklassen definiert.

2. Die vielleicht wesentlichste Erkenntnis Benses zur SEMIOTIK ALS EINER SPEZIELLEN THEORIE VON RELATIONEN besteht darin, daß er die Menge P als „Relation über Relationen“ oder auch als „verschachtelte Relation“ definiert hatte (vgl. Bense 1979, S. 53 u. 68).

$P = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$.

In P wird also eine monadische Relation auf eine dyadische Relation abgebildet, welche eine Abbildung einer dyadischen auf eine triadische Relation darstellt

$^3R = (^1R \to (^2R \to {}^3R))$.

Die triadische Relation, mit Hilfe derer das Zeichen definiert wird, enthält somit sich selbst und alle ihre Teilrelationen. Mengentheoretisch bedeutet dies, daß damit das Fundierungsaxiom

Axiom of Regularity

$(\forall x)[(\exists a)(a \in x) \to (\exists y)(y \in x \; \& \sim(\exists z)(z \in x \; \& \; z \in y))]$

If you have a set x
And x is not empty
Then one of x's members y
Shares no members in common with x.

aufgehoben ist. Offenbar ist es also möglich, die Semiotik als die Theorie von Relationen über Relationen zu definieren. In Sonderheit enthält ja ^3R sich selbst, d.h. das Zeichen ist im Zeichen definitorisch enthalten, wodurch die bereits von Bense festgestellte Autoreproduktivität herrührt: Das Zeichen „ist selbstreferierend im Sinne der Selbstgegebenheit des Seienden“ (1992, S. 16).

$P = (1, 2, 3)$

$Z^0_2 = (1 \to ((1 \to 2 \to 3) \to (1 \to 2)))$

$Z^1_2 = (1 \to ((1 \to (1 \to 2) \to (1 \to 2 \to 3)) \to (1 \to (1 \to 2))))$

$Z^2_2 = (1 \to ((1 \to (1 \to (1 \to 2)) \to (1 \to (1 \to 2) \to (1 \to 2 \to 3))) \to (1 \to (1 \to (1 \to 2)))))$

$Z^3_2 = (1 \to ((1 \to (1 \to (1 \to (1 \to 2))) \to (1 \to (1 \to (1 \to 2)) \to (1 \to (1 \to 2) \to (1 \to 2 \to 3)))) \to (1 \to (1 \to (1 \to (1 \to 2))))))$

$Z^4_2 = (1 \to ((1 \to (1 \to (1 \to (1 \to (1 \to 2)))) \to (1 \to (1 \to (1 \to (1 \to 2))) \to (1 \to (1 \to (1 \to 2)) \to (1 \to (1 \to 2) \to (1 \to 2 \to 3))))) \to (1 \to (1 \to (1 \to (1 \to (1 \to 2)))))))$

$Z^5_2 = (1 \to ((1 \to (1 \to (1 \to (1 \to (1 \to (1 \to 2))))) \to (1 \to (1 \to (1 \to (1 \to (1 \to 2)))) \to (1 \to (1 \to (1 \to (1 \to 2))) \to (1 \to (1 \to (1 \to 2)) \to (1 \to (1 \to 2) \to (1 \to 2 \to 3)))))) \to (1 \to (1 \to (1 \to (1 \to (1 \to (1 \to 2))))))))$, usw.

Aczel (1988, S. 3) hatte die drei ersten Peanozahlen (die er 0, 1, 2 statt 1, 2, 3) schreibt, durch folgende gerichtete Graphen definiert

2 (3) entspricht somit bis auf die Richtung der Abbildungen der Teilrelationen dem peirceschen Zeichenmodell.

Aczel ersetzt somit das Fundierungsaxiom (FA) durch das Anti-Fundierungsaxiom (AFA)

The Anti-Foundation Axiom, AFA:
Every graph has a unique decoration.

AFA ist also nichts anderes als die Negation von Mostowksis Kollaps-Lemma

Mostowski's Collapsing Lemma:
Every well-founded graph has a unique decoration.

3. Nachdem die Autoreflexivität des Zeichens mengentheoretisch definiert ist und die Semiotik als „a theory of self-embedding relations" definierbar geworden ist, sollte man die Frage stellen, ob die vier einleitend genannten restriktiven Prinzipien in einer solchen Theorie autoreflexiver Relationen weiterhin aufrecht erhalten werden können.

3.1. Die Prinzip der Triadizität und der Drittheit als oberer Schranke wurden bereits in Toth (2007, S. 173 ff.) widerlegt. Es gibt somit 1-adische, 2-adische, 3-adische, 4-adische, ..., n-adische Semiotiken.

3.2. Die Prinzipien der paarweisen Differenz der Kategorien und der Drittheit als oberer Schranke sind unsinnig, da ein Mittelbezug mehrdeutig sein kann (Homonymie), ein Objektbezug (Syononymie) und da die Restriktion auf 1 Interpretantenbezug die Ich- vs. Du-Deixis und damit das erkenntnistheoretische subjektive und objektive Subjekt kollabieren lassen. Im Einklang mit der

Annahme der Polykontexturalitätstheorie, deren Logik auf der unendlichen Iterierbarkeit der Subjektposition beruht, gibt es somit weder eine Beschränkung hinsichtlich M, noch O noch I. Wir haben somit für ein Zeichen Z

$Z = ((M_1, ..., M_n), (O_1, ..., O_n), (I_1, ..., I_n))$.

3.3. Das Prinzip der trichotomischen Inklusion, ist wie bereits in zahlreichen Arbeitet aufgezeigt worden war, eine ad hoc-Annahme, die weder semiotisch, noch logisch noch mathematisch gerechtfertig werden kann. Aus $^3R = (^1R \rightarrow (^2R \rightarrow {}^3R))$ folgt ja gerade die Selbstenhaltung der Kategorien bzw. Zeichenzahlen und die Trichotomien sind ja per definitionem nichts anderes als die Konversen der Tríaden, d.h. wir haben

$T = P^{-1} = (((1 \rightarrow 2 \rightarrow 1) \rightarrow (1 \rightarrow 2)) \rightarrow 1)$.

Damit bekommen wir für die Abbildung von Triaden auf Trichotomien

$P \rightarrow P^{-1} = ((1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))) \rightarrow (((1 \rightarrow 2 \rightarrow 1) \rightarrow (1 \rightarrow 2)) \rightarrow 1))$

und für die Abbildung von Trichotomien auf Triaden

$P^{-1} \rightarrow P = ((((1 \rightarrow 2 \rightarrow 1) \rightarrow (1 \rightarrow 2)) \rightarrow 1) \rightarrow (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))))$.

Literatur

Aczel, Peter, Non-Well-Founded Sets. Stanford, CA. 1988

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

2.8.2019